

Wpływ modyfikacji asymetrycznej zarysu na odkształcenie zębów kół zębatych

Influence of modification of an asymmetric outline on teeth deformation in the spur gears

JAN BUREK
MICHAŁ CHLOST*

DOI: <https://doi.org/10.17814/mechanik.2019.7.62>

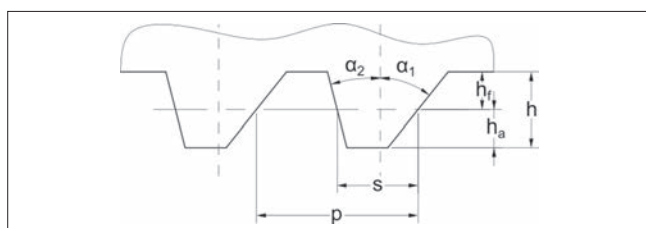
Przedstawiono wpływ asymetryczności zarysu zęba na odkształcenia zębów prostych kół zębatych w przypadku zmienności kąta przyporu oraz minimalizacji podcięcia zęba. Geometrię koła zębatego opracowano jako model parametryczny w systemie NX10. Z wykorzystaniem dostępnego w tym programie modułu Pre/Pos przeprowadzono badania symulacyjne ugięcia zęba.

SŁOWA KLUCZOWE: koła zębate, zarys asymetryczny, MES, frezowanie pięcioosiowe

The aim of the article was to determine the value of deformation of straight teeth with an asymmetrical outline with variation of the pressure angle and minimization of tooth undercut. The geometry of the gear was developed as a parametric model in the NX 10 system. Simulation tests of tooth deflection were performed using the Pre/Pos module available in the NX10 program.

KEYWORDS: gears, asymmetric tooth, FEM, 5-axis milling

W celu zmniejszenia odkształceń sprężystych zębów przekładni zębatych pod wpływem obciążenia często dokonuje się modyfikacji ich zarysu. Jedną z metod modyfikacji jest wprowadzenie asymetrycznego zarysu zębów. Dotychczasowe badania MES skupiały się w głównej mierze na analizie odkształceń oraz wytrzymałości zębów asymetrycznych przy modyfikacji krzywej przejściowej u podstawy zęba [1]. Powszechnie stosowana metoda modyfikacji zęba koła zębatego polega na zmianie kątów przyporu α_1 i α_2 na narzędziu, które stanowi zębatka Maaga (rys. 1). Parametry tej modyfikacji przedstawiono w tabl. I [1, 2].



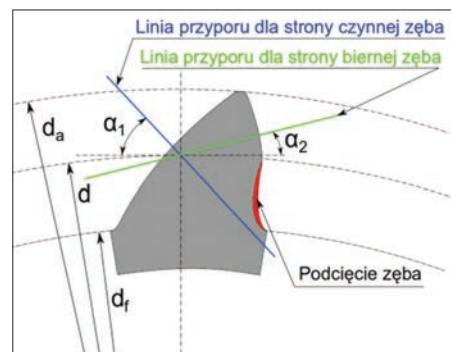
Rys. 1. Geometria narzędzia zębatkowego

TABLICA I. Wielkości definiujące narzędzie zębatkowe

Oznaczenie	Wzór	Opis
α	–	kąt przyporu
h	$h = h_g + h_a$	wysokość zęba
h_a	$h_a = (y + x) \cdot m$	wysokość głowy zęba
h_f	$h_f = (y - x) \cdot m + c$	wysokość stopy zęba
m	–	moduł
p	$p = \pi \cdot m$	podziałka
s	$s = p/2$	grubość zęba
l_w	$l_w = c \cdot m$	luz wierzchołkowy

gdzie: c – współczynnik luzu wierzchołka, y – współczynnik wysokości zęba, x – współczynnik korekcji zęba

Rys. 2. Geometria zęba z zaznaczonym podcięciem



Ta metoda ma jednak podstawową wadę, a mianowicie: w wyniku ruchu odtaczania narzędzia zębatkowego przy małych kątach przyporu, tj. $\alpha_2 < 20^\circ$, powstaje podcięcie zęba, osłabiające jego podstawę (rys. 2). To, czy podcięcie wystąpi, zależy również od granicznej liczby zębów, którą dla narzędzia zębatkowego określa się zależnością [2, 3]:

$$z_g = y \frac{2}{\sin^2 \alpha_i} \quad (1)$$

gdzie: y – współczynnik wysokości zęba, α_i – kąt przyporu ($i = 1, 2$).

Poszukuje się zatem nowych metod modyfikacji niesymetrycznej zarysu zęba. Jedną z nich jest obróbka używaniem na obrabiarkach pięcioosiowych, co pozwala na uzyskanie modyfikacji niesymetrycznej zarysu zęba w wyniku zmiany kąta pochylenia osi frezu β (rys. 3). Obróbka jest realizowana przez styczne pozycjonowanie frezu do powierzchni bocznej zęba. Główny ruch posuwowy odbywa się wzdłuż linii zęba, a pozycjonowanie osi narzędzia jest realizowane przez zmianę kąta β . Ten kąt ulega zmianie w zależności od pozycji narzędzia na linii zarysu zęba. Zakres zmienności kąta β jest ograniczony przez średnicę wierzchołków d_a oraz średnicę stóp d_f (tabl. II). W efekcie sterowania kątem β można uzyskać wymaganą krzywiznę boku zęba i określony kąt linii przyporu.

Zmianę kąta β w zależności od średnicy d_i , na której ten kąt jest określany, opisuje równanie:

$$\beta = \arccos\left(\frac{\cos \alpha \cdot d}{d_i}\right) + \tan\left(\arccos\left(\frac{\cos \alpha \cdot d}{d_i}\right)\right) \cdot \frac{180}{\pi - \arccos\left(\frac{\cos \alpha \cdot d}{d_i}\right)} \quad (2)$$

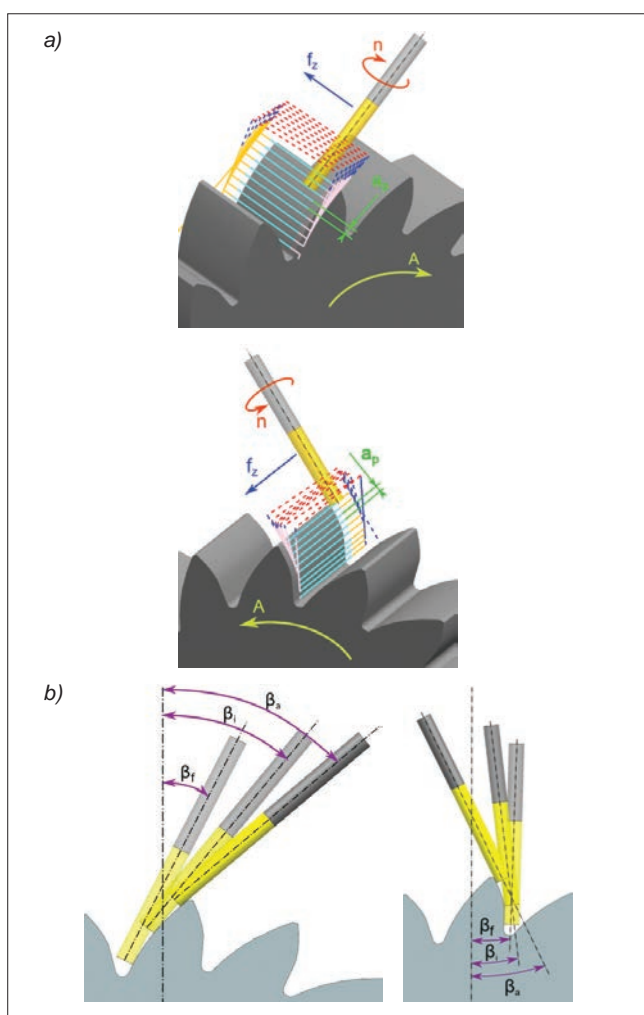
Ta zależność umożliwia określenie wartości β dla każdej średnicy d_i koła zębatego między wartościami granicznymi d_a i d_f .

* Dr hab. inż. Jan Burek, prof. PRz, jburek@prz.edu.pl, <https://orcid.org/0000-0003-2664-5248> – Katedra Techniki Wytwarzania i Automatykacji, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów, Polska
Mgr inż. Michał Chlost, m.chlost@prz.edu.pl, <https://orcid.org/0000-0001-9420-4239> – Katedra Techniki Wytwarzania i Automatykacji, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów, Polska

TABLICA II. Charakterystyczne średnice w kole zębatym

Oznaczenie	Wzór	Opis
d	$d = m \cdot z$	średnica podziałowa
d_a	$d_a = d + 2 \cdot h_a$	średnica głów zębów
d_f	$d_f = d - 2 \cdot h_f$	średnica stóp zębów
d_b	$d_b = \cos \alpha \cdot d$	średnica zasadnicza

Przebiegi zmiany kąta β w zależności od średnicy, na której pracuje narzędzie, oraz zmiany kąta przyporu α_1 przedstawiono na rys. 3. Trzeba nadmienić, że zależność (2) obowiązuje w przypadku kąta przyporu α_2 dla przeciwnej strony zęba.



Rys. 3. Kinematyka obróbki pięcioosiowej dla lewej i prawej strony boku zęba (a) oraz pozycjonowanie narzędzia dla lewego i prawego boku zęba (b)

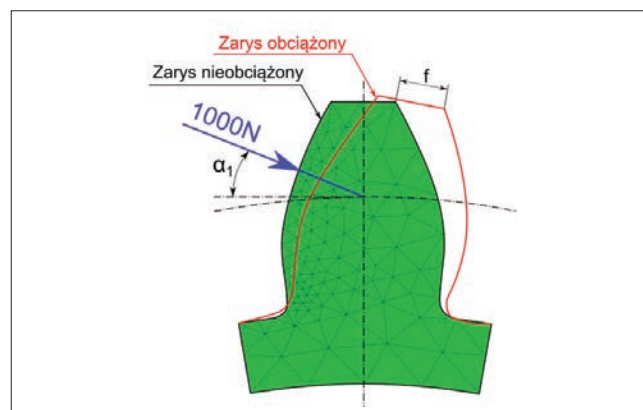
Uwzględniając przytoczone zależności, opracowano parametryczny model CAD koła zębatego o module $m_n = 5$ i liczbie zębów $z = 18$, który umożliwia uzyskanie niesymetryczności obrabianych zębów o różnych kątach przyporu – zarówno dla strony czynnej, jak i dla strony biernej zęba [4].

Analiza MES

Badania odkształcenia zęba dla geometrii z ograniczonym podcięciem wykonano w module NX Pre/Pos. Jako parametry zmienne w pierwszym przypadku przyjęto kąt przyporu na stronie czynnej zęba α_1 przy stałym kącie na

stronie biernej α_2 . W drugim przypadku rozpatrywano sytuację odwrotną.

Analizie MES poddano pojedynczy ząb, dla którego przyjęto model siatki 3D Tetrahedral o rozmiarze 2 mm, z lokalnym zagęszczeniem na powierzchni oddziaływania siły oraz na krzywej przejściowej, na poziomie 0,5 mm (rys. 4).

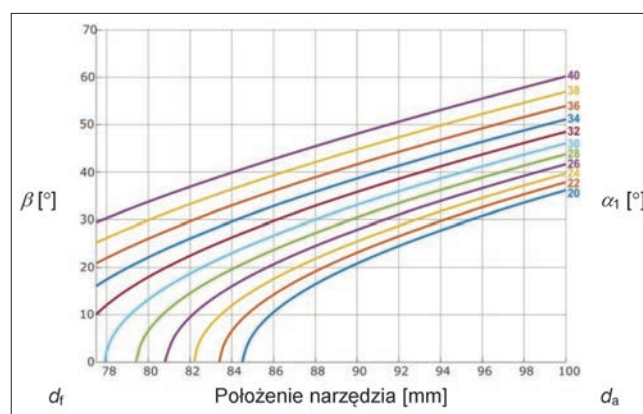


Rys. 4. Sposób przyłożenia siły do badanego zęba

Badanie polegało na przyłożeniu do powierzchni czynnej zęba siły skupionej $P = 1000$ N, działającej wzdłuż linii przyporu, oraz na określeniu wartości strzałki ugięcia f zęba w jego wierzchołku. Jako materiał koła przyjęto stal o module Younga $E = 206$ GPa, współczynnika Poissona $\nu = 0,3$ oraz module Kirchhoffa $G = 80$ GPa [1, 5, 6].

W przypadku niesymetrycznego zarysu zęba występuje niejednorodność siły działającej na linii przyporu. Wynika to z liczby par zębów współpracujących ze sobą w danej chwili. W takim przypadku największe siły występują w środkowym obszarze zarysu zęba. Siła P została przyłożona w górnej części obszaru, w którym współpracuje tylko jedna para zębów, aby było możliwe określenie maksymalnego odkształcenia zęba [5].

Dla przyjętych parametrów przeprowadzono 11 prób – dla każdego z przypadków (rys. 5).

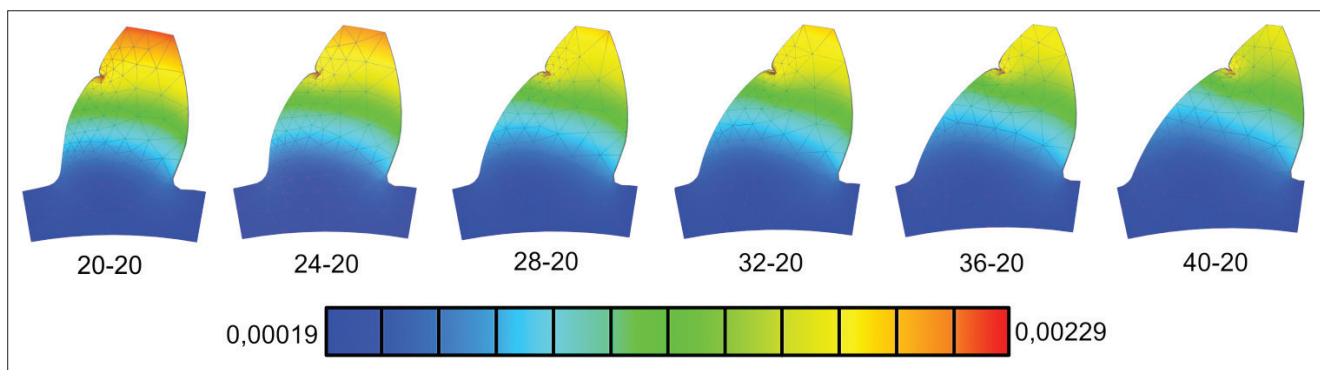


Rys. 5. Wykres zależności kąta pochylenia narzędzia β od zajmowanej pozycji

W pierwszym przypadku kąt α_1 był zwiększany o 2° w zakresie od 20° do 40° , przy stałej wartości kąta α_2 wynoszącej 20° . W drugim przypadku kąt przyporu α_2 na powierzchni biernej zęba był zmieniany w zakresie od 10° do 20° o wartość 1° , natomiast kąt α_1 wynosił 40° .

Wartości graniczne – $\alpha_1 = 40^\circ$, $\alpha_2 = 20^\circ$ – dobrano w taki sposób, aby nie dopuścić do ścinania wierzchołka zęba.

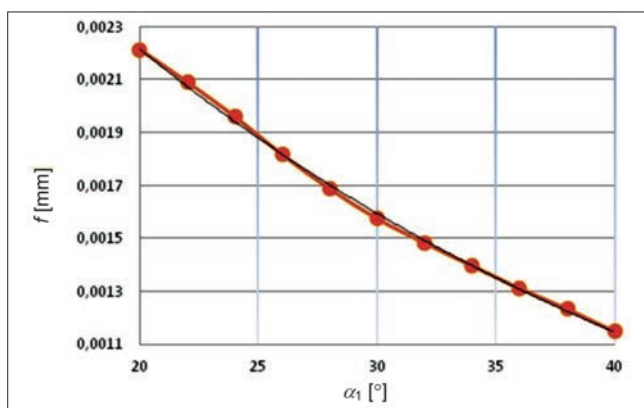
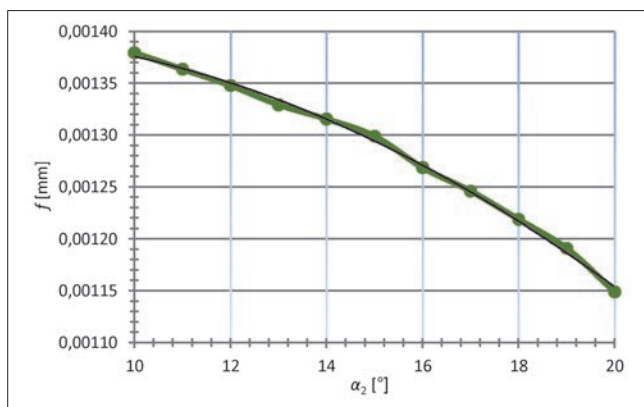
Zmiany odkształcenia zęba przy kolejnych wartościach kąta α_1 przedstawiono na rys. 6.

Rys. 6. Zmiany odkształcenia zęba przy kolejnych wartościach kąta α_1

Przez wprowadzenie różnych kątów przyporu α_1 i α_2 zmianie uległo pole przekroju zęba u jego podstawy. W pierwszym przypadku dla $\alpha_1 = 40^\circ$ występuje największe pole przekroju u podstawy zęba oraz najmniejsze odkształcenie f .

Analiza wyników symulacji zmiany odkształcenia zęba

Na podstawie wyników symulacji opracowano wykresy przedstawiające wartość odkształcenia f zęba przy zmieniającym kącie na boku czynnym α_1 (rys. 7) oraz na boku biernym zęba α_2 (rys. 8).

Rys. 7. Wykres zależności odkształcenia f od kąta przyporu α_1 Rys. 8. Wykres zależności odkształcenia f od kąta przyporu α_2

Na przedstawionych wykresach widać, że wraz ze wzrostem wartości kąta α_1 dwukrotnie zmalała wartość odkształcenia f zęba u jego wierzchołka. W przypadku zmiany kąta α_2 w zakresie $10^\circ \div 20^\circ$ odkształcenie wykazuje tendencję spadkową, jednak o znacznie łagodniejszym

charakterze. Najmniejszą wartość odkształcenia zaobserwowano dla pary kątów α_1 i α_2 równych odpowiednio 40° i 10° , a największą dla pary 20° i 20° .

Przy stałych parametrach materiałowych i geometrycznych zmiana dla kąta przyporu α_1 , zdefiniowanego dla strony czynnej zęba, została opisana wzorem (3) jako funkcja wykładnicza, a dla kąta α_2 , opisującego stronę bierną zęba, wykazuje postać wielomianową wyrażoną równaniem (4):

$$f = 0,0043 \cdot e^{-0,033\alpha_1} \quad (3)$$

$$f = -10^{-6} \cdot \alpha_2^2 + 10^{-5} \cdot \alpha_2 + 0,0014 \quad (4)$$

Wnioski

Potwierdzono możliwość modyfikowania zarysu zęba w kinematyce obrabiarki pięcioosiowej przez stykne prowadzenie narzędzia do powierzchni obrabianej i z wykorzystaniem sterowania kątem pochylenia osi narzędzia β , co pozwala na uzyskanie pożądanych wartości kątów przyporu α na obu stronach zęba.

Modyfikacja zarysu zębów koła zębatego ma znaczący wpływ na ograniczenie odkształcenia zębów, a w konsekwencji – na wzrost wytrzymałości całej przekładni. Wiąże się z tym zwiększenie zakresów przenoszonych mocy, a także odchudzenie całej konstrukcji.

Analiza wskazała na znacznie mniejszy wpływ kąta α_2 na odkształcenie wierzchołka zęba, jednakże zmiana wartości tego kąta jest podyktowana zależnościami geometrycznymi i jest osiągnięta przez uzyskanie jak największego kąta α_1 z wyeliminowaniem ścinania wierzchołka zęba.

Zbadany przypadek, odnoszący się do koła o zębach prostych, wskazuje, że tego typu modyfikacja powinna być stosowana w kołach mocno obciążonych, również o zębach skośnych, a także w kołach przekładni stożkowych.

LITERATURA

- [1] Masuyama T., Miyazaki N. "Evaluation of load capacity of gears with an asymmetric tooth profile". *International Journal of Mechanical and Materials Engineering*. 11, 11 (2016): 1–9.
- [2] Ochęduszek K. „Koła zębate – konstrukcja”. Tom I. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1976.
- [3] Ochęduszek K. „Koła zębate – wykonanie i montaż”. Tom II. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1976.
- [4] Burek J., Płodzień M., Gdula M., Buk J. „Kształtowanie zarysu koła zębatego w programowaniu dialogowym i parametrycznym”. *Mechanik*. 2 (2015): CD. DOI: <http://dx.doi.org/10.17814/mechanik.2015.2.29>.
- [5] Masuyama T., Mimura Y., Inoue K. "Bending strength simulation of asymmetric involute tooth gears". *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*. 9, 5 (2015).
- [6] Dokumentacja systemu NX 10.