

Wyznaczanie krzywej umocnienia plastycznego na podstawie statycznej próby rozciągania

Computation of the plastic hardening curve based on a static tensile test

MATEUSZ ŚLIWKA*

DOI: <https://doi.org/10.17814/mechanik.2018.10.144>

Obliczenia numeryczne oparte na metodzie elementów skończonych, dotyczące m.in. przeróbki plastycznej, wymagają określenia zależności pomiędzy naprężeniem i odkształceniem w całym zakresie obciążenia. Po przekroczeniu granicy plastyczności stal się umacnia. Zjawisko to można opisać krzywą umocnienia plastycznego. W artykule przedstawiono sposób wyznaczania krzywej umocnienia za pomocą aproksymacji potęgowej. Do tego celu wykorzystano sygnały obciążeń i przemieszczeń, zarejestrowane za pomocą systemu pomiarowego MTS w teście rozciągania.

SŁOWA KLUCZOWE: rozciąganie jednoosiowe, krzywa umocnienia plastycznego, optymalizacja

Numerical calculations, concerning, among other things, metal forming, based on the finite element method, require a description of the relationship between stress and strain in the entire load range. After crossing the yield point, the strain hardening is appearing. This phenomenon can be described by the plastic hardening curve. This paper presents the method of determining the strain hardening curve by means of power function approximation. The load and displacement data recorded in the tensile test using the MTS measurement system were used to determine this curve.

KEYWORDS: uniaxial tensile test, strain hardening curve, optimization

Obliczenia numeryczne w zadaniach inżynierskich, zwłaszcza dotyczących obróbki plastycznej, wymagają opisu charakterystyki sprężystej i niesprężystej materiału. O ile w przypadku materiału liniowo sprężystego wystarczy wyznaczyć dwie stałe materiałowe (E i ν), to w zakresie plastycznym konieczne jest wyznaczenie pełnej zależności pomiędzy naprężeniem i odkształceniem [4]. Można ją uzyskać na podstawie statycznej próby rozciągania – w wyniku opisu krzywej umocnienia plastycznego za pomocą odpowiedniej aproksymacji. Znanych jest wiele sposobów opisywania naprężeń uplastyczniających. Krzywe płynięcia plastycznego można zakwalifikować do jednej z sześciu grup [1]:

- grupy I – obejmującej funkcje typu $\sigma = f(\epsilon)$, podające zależność naprężeń od odkształceń;
- grupy II – obejmującej funkcje postaci $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon})$, które uwzględniają dodatkowo prędkość odkształceń $\dot{\epsilon}$,
- grupy III – obejmującej funkcje typu $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, T)$, które względem grupy II są wzbogacone o wartość temperatury procesu kształtowania T ;

- grupy IV – obejmującej funkcje postaci $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, \sigma_w)$, które w odniesieniu do grupy II wprowadzają dodatkowo parametr opisujący stan wewnętrzny materiału σ_w ;

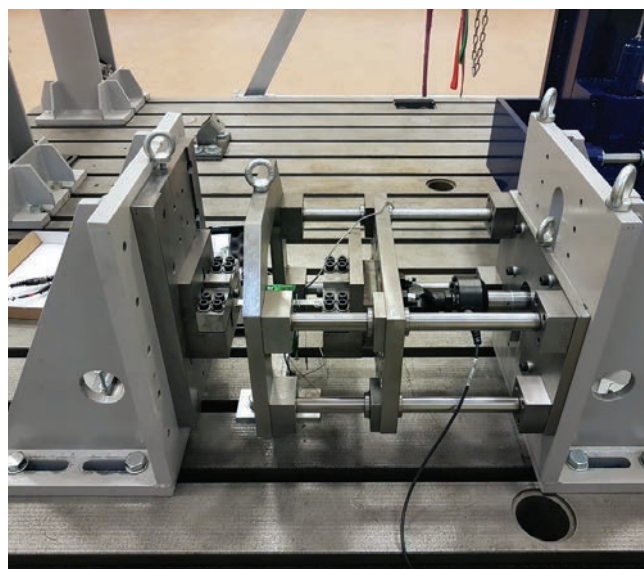
- grupy V – obejmującej funkcje typu $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, T, t)$, których zmiennymi są: odkształcenie ϵ , prędkość odkształcenia $\dot{\epsilon}$, temperatura T oraz czas t ;

- grupy VI – obejmującej funkcje grupy III, które w kolejnych etapach testu uwzględniają zmianę orientacji kierunków głównych h_ϵ ; funkcje przyjmują postać $\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, T, h_\epsilon)$.

Do opisu krzywej umocnienia plastycznego najczęściej stosuje się krzywe grup I–III.

W niniejszym artykule przedstawiono sposób wyznaczania krzywej płynięcia, zaliczanej do grupy I, na podstawie próby rozciągania stalowych próbek płaskich według normy PN-EN ISO 6892-1. Badania doświadczalne przeprowadzono z zastosowaniem urządzenia pomiarowego, złożonego z siłownika hydraulicznego firmy MTS (wyposażonego w czujnik siły i czujnik przemieszczeń) oraz adaptera do rozciągania próbek płaskich, wykonanego według projektu autorskiego (rys. 1). Zakres obciążeń realizowanych przez siłownik mieści się w przedziale ± 25 kN.

Do pomiaru odkształceń podłużnych i poprzecznych użyto dwóch ekstensometrów firmy EPSILON. Ekstensometr do pomiaru odkształceń wzdłużnych może pracować w zakresie $+20$ mm/ -8 mm, a ekstensometr do odkształceń poprzecznych – w zakresie ± 5 mm.

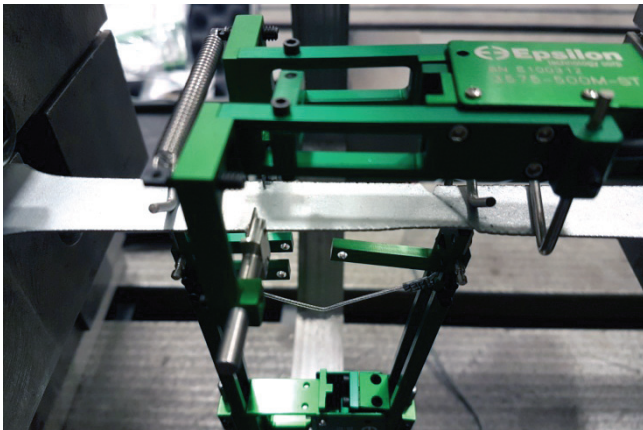


Rys. 1. Widok stanowiska pomiarowego

* Mgr inż. Mateusz Śliwka (msliwka@ath.bielsko.pl) – Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej

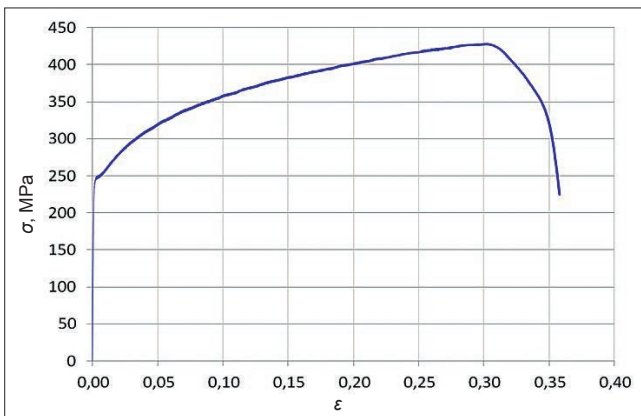
Badania doświadczalne

Badania przeprowadzono według autorskiej procedury rozciągania, stworzonej w programie MTS TestSuit. Na rys. 2 przedstawiono płaską próbkę wiosełkową po zakończonym teście wytrzymałościowym, na której nadal zamocowane były ekstensometry do pomiarów odkształceń podłużnych i poprzecznych. Na zniszczonej próbce widoczne jest pęknięcie, przebiegające pod kątem ok. 45° do kierunku naprężeń głównych, czyli w kierunku maksymalnych naprężeń stycznych [2].



Rys. 2. Widok zamocowanej próbki wraz z ekstensometrami

W wyniku przeprowadzonych prób otrzymano zależność naprężenia od odkształcenia w całym przedziale obciążeń (rys. 3). Uzyskane doświadczalnie parametry materiałowe zestawiono w tabl. 1.



Rys. 3. Charakterystyka rozciągania próbek płaskich

TABLICA 1. Parametry materiałowe wyznaczone w próbie rozciągania

E , MPa	$R_{0,05}$, MPa	$R_{0,2}$, MPa	R_m , MPa
223746	238,97	245,36	408,0

Oznaczenia: E – moduł Younga, $R_{0,2}$ – umowna granica plastyczności, $R_{0,05}$ – umowna granica sprężystości, R_m – granica wytrzymałości na rozciąganie

Do przeprowadzenia symulacji numerycznej procesów tłoczenia blach w programach bazujących na MES konieczne jest podanie zależności σ – ϵ w zakresie plastycznym, co wiąże się z wprowadzeniem do programu obliczeniowego współrzędnych punktów z krzywej umocnienia. Jest to czynność bardzo pracochłonna, ponieważ aby uzyskać wierny obraz zależności w zakresie nieliniowym, należy ręcznie wprowadzić do programu obliczenio-

wego dużą liczbę danych. Rozwiązaniem alternatywnym jest wyznaczenie funkcji dobrze aproksymującej przebieg krzywej umocnienia. W procedurze zastosowanej w próbie rozciągania zarejestrowano wszystkie wielkości potrzebne do wyznaczenia funkcji aproksymującej krzywą doświadczalną.

W zakresie plastycznym krzywą umocnienia można opisać np. regułą umocnienia Hollomona [3, 7], która jest prostą funkcją potęgową postaci:

$$\sigma = K \epsilon^n \quad (1)$$

gdzie: ϵ – odkształcenie rzeczywiste; K , n – parametry wyznaczone z aproksymacji potęgowej wyników próby rozciągania w przedziale od umownej granicy plastyczności $R_{0,2}$ do granicy wytrzymałości na rozciąganie R_m według normy PN-ISO 10275.

W celu wyznaczenia współczynników K i n dokonuje się przekształcenia wzoru (1), które polega na zlogarytmizowaniu stronami, co prowadzi do uzyskania funkcji liniowej we współrzędnych logarytmicznych:

$$\ln \sigma = \ln K + n \ln \epsilon \quad (2)$$

gdzie: n – współczynnik kierunkowy prostej, K – wyraz wolny funkcji liniowej.

Współczynnik umocnienia n został wyznaczony ze wzoru:

$$n = \frac{\sum_{j=1}^m (\ln \epsilon_j - \bar{\epsilon}_{sr}) (\ln \sigma_j - \bar{\sigma}_{sr})}{\sum_{j=1}^m (\ln \epsilon_j - \bar{\epsilon}_{sr})^2} \quad (3)$$

gdzie: $\ln \epsilon_j$, $\ln \sigma_j$ – wartości obliczone w oparciu o zlogarytmizowane wartości odkształceń ϵ i naprężeń σ .

Sumowanie we wzorach (3) i (4) odbywa się w przedziale od $j = 1$ do m , tj. od $R_{0,2}$ do R_m . Z kolei wartości $\bar{\epsilon}_{sr}$ i $\bar{\sigma}_{sr}$ we wzorze (3) zostały określone następująco:

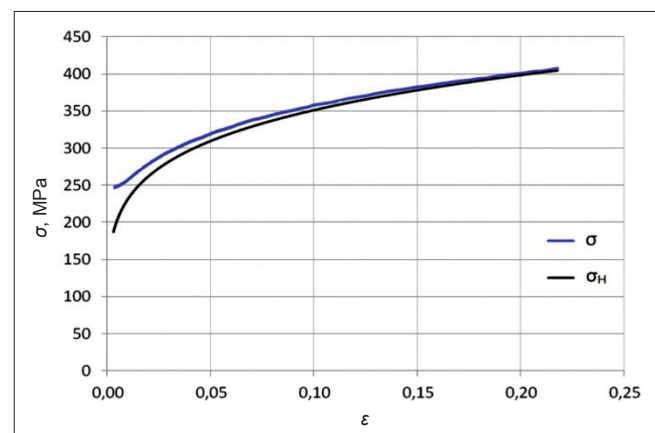
$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_{sr} &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \ln \epsilon_j \\ \bar{\sigma}_{sr} &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \ln \sigma_j \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie: $\bar{\epsilon}_{sr}$ i $\bar{\sigma}_{sr}$ – wartości średnie odkształceń i naprężeń w przedziale od $R_{0,2}$ do R_m .

Współczynnik K oblicza się z zależności:

$$K = \exp(\bar{\sigma}_{sr} - n \bar{\epsilon}_{sr}) \quad (5)$$

Ze wzorów (3)–(5) wyznaczono naprężenia σ_H . Na wykresie (rys. 4) przedstawiono krzywą doświadczalną i krzywą aproksymacji według reguły Hollomona.



Rys. 4. Aproksymacja doświadczalnej krzywej umocnienia

Na początku krzywej umocnienia następuje skok wartości naprężenia σ_H [5], a dopasowanie do krzywej doświadczalnej nie jest zadowalające, co potwierdza współczynnik determinacji R^2 równy 0,734.

W celu poprawy dopasowania krzywych zastosowano zmodyfikowaną koncepcję wyznaczania krzywej umocnienia, tj. regułę umocnienia według Krupkowskiego [8]. Zgodnie z nią we wzorze na naprężenie σ_K odkształcenie jest podzielone na dwie wartości:

$$\sigma_K = K(\varepsilon_0 + \varepsilon_p)^n \quad (6)$$

gdzie: ε_0 – odkształcenie wstępne, ε_p – odkształcenie plastyczne.

Gdyby za wartość ε_0 we wzorze (6) przyjęć odkształcenie odpowiadające umownej granicy plastyczności, wówczas uzyskuje się wzór Hollomona [6].

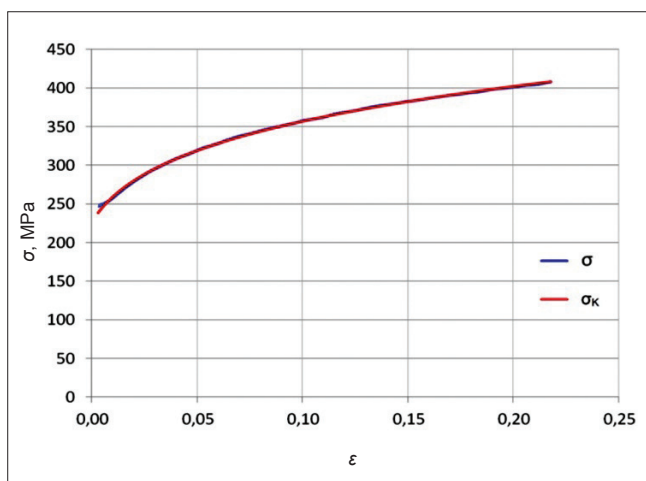
Wzór do obliczania naprężeń σ_K zawiera trzy parametry: K , ε_0 oraz n . Aby znaleźć ich wartości, dla których wystąpi najlepsze dopasowanie krzywej Krupkowskiego do wyników doświadczalnych, zdefiniowano zadanie optymalizacji z wykorzystaniem solvera wbudowanego w arkusz kalkulacyjny Excel. Wyznaczone wcześniej parametry aproksymacji – K , n oraz wstępne odkształcenie ε_0 – zostały wykorzystane w zadaniu optymalizacji jako zmienne decyzyjne. Miarą dopasowania krzywej aproksymacji $\sigma_K(\varepsilon)$ do krzywej doświadczalnej $\sigma(\varepsilon)$ jest wartość obliczona jako suma kwadratów różnicy pomiędzy wartością naprężeń σ_K a σ , którą oznaczono jako δ . Funkcją celu w zadaniu jest minimalizacja tej wartości. Parametr został określony w przedziale od R_{02} do R_m :

$$\delta = \sum_{j=1}^m (\sigma_{Kj} - \sigma_j)^2 \quad (7)$$

gdzie: σ_K – naprężenie wyznaczone ze wzoru Krupkowskiego, σ – wartość wyznaczona na podstawie siły zarejestrowanej podczas testu rozciągania.

W wyniku optymalizacji uzyskano zmodyfikowane wartości zmiennych decyzyjnych, które znacznie lepiej dopasują krzywą aproksymacji σ_K do wyników eksperymentalnych.

Na rys. 5 przedstawiono krzywą doświadczalną oraz krzywą aproksymacji według reguły Krupkowskiego.



Rys. 5. Aproksymacja doświadczalnej krzywej umocnienia według reguły Krupkowskiego

Dzięki zastosowaniu reguły Krupkowskiego oraz rozwiązaniu zadania optymalizacji uzyskano współczynnik determinacji R^2 równy 1 z dokładnością do trzech cyfr znaczących, co świadczy o bardzo dobrym dopasowaniu funkcji $\sigma_K(\varepsilon)$ do krzywej doświadczalnej $\sigma(\varepsilon)$. Wartość δ tej krzywej wynosi 5696, co jest wartością dziesięciokrotnie mniejszą niż w przypadku reguły Hollomona.

W tabl. II zestawiono parametry K , n , ε_0 , δ oraz współczynniki determinacji wyznaczone dla opisanych reguł umocnienia.

TABLICA II. Parametry krzywej umocnienia plastycznego

Reguła	K , MPa	n	ε_0	δ	R^2
σ_H	504	0,1486	–	53 103	0,734
σ_K	535	0,1827	0,0089	5696	1,000

Podsumowanie

Właściwości mechaniczne blachy dostarczanej przez producenta powinny się mieścić w granicach określonych dla danego rodzaju stali. Nawet drobna różnica własności mechanicznych może wpłynąć na wytwarzanie wadliwych, nieprawidłowo ukształtowanych wytlóczek. Z tego powodu bardzo ważne jest bieżące wykonywanie badań kontrolnych w trakcie wykrawania blach, a zwłaszcza dokładne wyznaczenie krzywej umocnienia materiału.

Zastosowana reguła umocnienia Krupkowskiego bardzo dobrze odzwierciedla wyniki doświadczalne. Na początku krzywej umocnienia plastycznego powstaje mały skok, który jest akceptowalny, ponieważ procesy tłoczenia przebiegają w środkowej części tej krzywej.

Podsumowując, można stwierdzić, że zastosowanie precyzyjnego systemu pomiarowego do wyznaczenia odkształceń i naprężeń rzeczywistych jest właściwym rozwiązaniem w przypadku wyznaczania funkcji opisującej krzywą umocnienia plastycznego.

LITERATURA

1. Pater Z., Samolyk G. „Podstawy teorii i analizy obróbki plastycznej metal”. Lublin: Politechnika Lubelska, 2011.
2. Jakubowicz A., Orłowski Z. „Wytrzymałość materiałów”. Warszawa: WNT, 1984.
3. Hollomon J.H. “Tensile deformation”. *Transactions of AIME*. 162 (1945): s. 268–290.
4. Przędziona J., Grosman F. „Metodyka wyznaczenia krzywych umocnienia dla drutów wykonanych ze stali austenitycznych”. *Hutnik – Wiadomości Hutnicze*. 5 (2007): s. 81–83.
5. Samuel K.G. “Limitations of Hollomon and Ludwigs stress-strain relations in assessing the strain hardening parameters”. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 39, 1 (2006): s. 203–212.
6. Stadnicki J., Wróbel I. „Doświadczalne wyznaczenie parametrów modelu materiałowego do symulacji tłoczenia blach na zimno”. *Mechanik*. 89, 7 (2016): s. 822–823.
7. Winczek J., Ziobrowski P. „Modelowanie krzywych umocnienia wybranych stali spawalniczych z uwzględnieniem wpływu temperatury”. *Modelowanie Inżynierskie*. 50 (2014): s. 77–82.
8. PamStamp user’s guide. ■